



**РАЗВИТИЕ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ
НА ОСНОВЕ ПРЕДМЕТНОГО И МЕЖПРЕДМЕТНОГО
СОДЕРЖАНИЯ**

Методическое пособие для учителя

**Авторский коллектив
ФГАОУ ДПО «Академия Минпросвещения России»:**

Расташанская Т.В.,

Сергеева Т.Ф.,

Шабанова М.В.,

Попов М.С.

Москва

2021

Содержание

Введение	4
1. Что такое математическая грамотность и почему необходимо формировать математическую грамотность у современных школьников	6
2. Особенности заданий PISA и оценка уровня математической грамотности	12
2.1 Особенности заданий на формирование и оценку математической грамотности	12
2.2 Оценка уровня математической грамотности	22
3. Методика формирования математической грамотности	31
3.1 Конструирование заданий на формирование математической грамотности	31
3.2 Методические приемы формирования математической грамотности	36
3.3 Особенности заданий Международного исследования PISA-2022 ...	40
Заключение	47
Список использованных источников	49

Введение

Современный мир характеризуется нестабильностью, неопределенностью, сложностью и неординарностью. Растет количество глобальных проблем, которые затрагивают жизненные интересы всего населения планеты и требуют для своего решения совместных усилий всех государств мира. Чтобы жить в этой сложной и быстро меняющейся реальности, сегодняшним школьникам требуются новые компетенции. Сложно предугадать, какие профессии будут нужны в будущем, какие профессиональные и прикладные навыки потребуются для построения успешной траектории развития. Но можно определенно говорить о том, что для продуктивной жизни в мире нестабильности требуется владение функциональной грамотностью.

Алексей Алексеевич Леонтьев, академик Российской Академии образования, определяет функционально грамотную личность как «личность, которая способна использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений» [2]. Такой подход согласуется с определением, которое используется в Международной программе по оценке образовательных достижений учащихся PISA (Programme for International Student Assessment) – международное сопоставительное исследование качества образования. Международная программа PISA проводится один раз в 3 года, начиная с 2000 г., и проходит под патронажем Организации экономического сотрудничества и развития. Цель тестирования – провести оценку функциональной грамотности 15-летних школьников в разных видах учебной деятельности: естественно-научной, математической, читательской, финансовой и др.

В исследованиях принимают участие не только страны, входящие в Организацию экономического сотрудничества и развития, но и государства,

сотрудничающие с ней, в том числе Россия. Число стран-участников постоянно растет. Оценка проводится по результатам тестирования 15-летних школьников. То, что для анализа выбраны знания именно 15-летних подростков, разработчики программы объясняют тем, что многие страны именно к этому возрасту завершают программы обязательного общего образования. Поэтому можно условно считать приблизительно одинаковым объем полученных учениками знаний.

Национальным центром проведения исследования PISA в Российской Федерации является ФГБУ «Федеральный институт оценки качества образования».

Основным вопросом исследования PISA является следующий: «Обладают ли обучающиеся 15-летнего возраста навыками и умениями, необходимыми им для полноценного функционирования в обществе?»

Исследование проводится один раз в три года, предметом оценки всегда являлась читательская, естественно-научная и математическая грамотность. Также в каждом новом цикле исследования вводятся новые направления:

- PISA-2012 – финансовая грамотность [3];
- PISA-2015 – решение проблем [4];
- PISA-2018 – глобальные компетенции [5];
- PISA-2021 – креативное мышление [7].

Каждое задание PISA – это отдельный текст, в котором описывается некоторая ситуация жизненного характера. К тексту прилагается от одного до шести заданий разного уровня сложности. При выполнении заданий учащийся должен понять и решить проблему, которая лежит вне рамок предметной области, вне изучаемого учебного материала.

Эксперты часто высказываются о том, что PISA оценивает знания и умения не отдельных школьников и даже не качество образования в стране, а потенциал подрастающего поколения и конкурентоспособность государства в будущем.

1. Что такое математическая грамотность и почему необходимо формировать математическую грамотность у современных школьников

В исследовании PISA математическая грамотность определяется как «способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира» [15].

Умение «формулировать ситуации математически» включает способность распознавать и выявлять возможности использовать математику, принять имеющуюся ситуацию и трансформировать ее в форму, поддающуюся математической обработке, создавать математическую модель, отражающую особенности описанной ситуации.

Умение «применять математику» рассматривается как способность применять математические понятия, факты, процедуры, рассуждения и инструменты для получения решения или выводов. Эта деятельность включает выполнение математических процедур, необходимых для получения результатов и математического решения (например, анализировать информацию на математических диаграммах и графиках, работать с геометрическими формами в пространстве, анализировать данные). Работать с моделью, выявлять закономерности, определять связи между величинами и формулировать математические аргументы.

Умение «интерпретировать» подразумевает способность размышлять над математическим решением или результатами, интерпретировать и оценивать их в контексте реальной проблемы. Эта деятельность включает перевод математического решения в контекст реальной проблемы, оценивание реальности математического решения или рассуждений по отношению к контексту проблемы. Этот процесс охватывает и интерпретацию, и оценку

полученного решения или определение того, что результаты разумны и имеют смысл в рамках предложенной ситуации.

Каждый из этих мыслительных процессов опирается на математические рассуждения, поэтому разработчики концепции исследования PISA-2022 дополнили их **рассуждениями**. Это означает, что учащимся потребуется продемонстрировать, как они умеют размышлять над аргументами, обоснованиями и выводами, над различными способами представления ситуации на языке математики, над рациональностью применяемого математического аппарата, над возможностями оценки и интерпретации полученных результатов с учетом особенностей предлагаемой ситуации.

Каждое задание на оценку математической грамотности включает контекст.

Контекст задания – особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках описанной ситуации.

Личный контекст обычно связан с повседневной личной жизнью учащегося (при общении с друзьями, занятиях спортом, покупками, отдыхом, повседневным бытом), его семьи, его друзей и сверстников.

Проблемы, которые предлагаются в **профессиональных контекстах**, связаны со школьной жизнью или трудовой деятельностью.

Общественные контексты связаны с жизнью общества (местного, национального или всего мира). Ситуации, связанные с жизнью местного общества, касаются проблем, возникающих в ближайшем окружении учащихся.

Контексты, отнесенные к **научным**, обычно связаны с применением математики к науке или технологии, явлениям физического мира.

Математическое содержание, которое используется при конструировании заданий, сконцентрировано вокруг четырех фундаментальных идей.

Изменение и зависимости – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, относятся к алгебраическому материалу.

Пространство и форма – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу.

Количество – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики.

Неопределенность и данные – эта область охватывает вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

Школьники России показывают средние результаты, занимая в рейтинге места с 27 по 35. Одной из причин является то, что для их оценки используются не типичные учебные задачи, характерные для традиционных систем обучения и мониторинговых исследований математической подготовки, а близкие к реальным проблемные ситуации, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики.

На рисунке 1 представлена диагностическая модель математической грамотности.



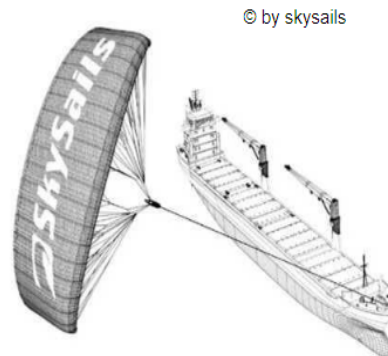
Рис. 1. Диагностическая модель математической грамотности

Рассмотрим **примеры задач**, которые использовались в международном исследовании PISA в 2012 году [13] (рис.2, 3, 4).

ОТКРЫТОЕ ЗАДАНИЕ 5. ПАРУСНЫЕ КОРАБЛИ

Девяносто пять процентов товаров в мире перевозят по морю примерно 50 000 танкеров, грузовых кораблей и контейнеровозов. Большинство этих кораблей используют дизельное топливо.

Инженеры планируют разработать поддержку кораблей, используя силу ветра. Их предложение заключается в прикреплении к кораблям кайтов (парящих в воздухе парусов) и использовании силы ветра, чтобы уменьшить расход дизельного топлива и его влияние на окружающую среду.



Вопрос №1

PM923Q01

Одно из преимуществ использования кайта заключается в том, что он летает на высоте в 150 м. Там скорость ветра примерно на 25% больше, чем на уровне палубы корабля. С какой примерно скоростью дует ветер на кайт, когда скорость ветра, измеренная на палубе корабля, равна 24 км/ч?

- A. 6 км/ч
- B. 18 км/ч
- C. 25 км/ч
- D. 30 км/ч
- E. 49 км/ч

Рис. 2. Пример задачи международного исследования математической грамотности PISA–2012

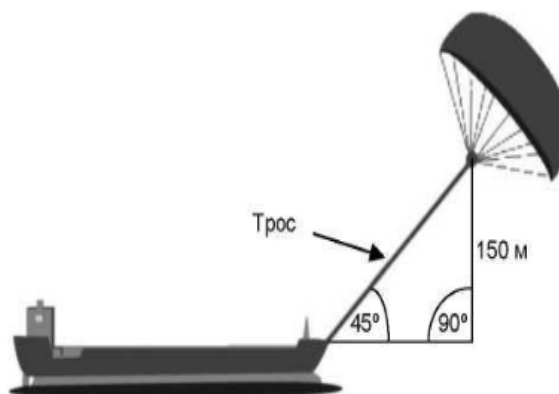
Классификация задачи (вопрос 1)

Описание	Применить вычисления с процентами в рамках данной ситуации в реальном мире
Область математического содержания	Количество
Контекст	Применять
Познавательная деятельность	Научный

Вопрос №2

Чему примерно должна быть равна длина каната у кайта, чтобы он тянул корабль под углом в 45° и находился на высоте в 150 м по вертикали, как показано на рисунке?

- A. 173 м
- B. 212 м
- C. 285 м
- D. 300 м



© by skysails

Рис. 3. Пример задачи международного исследования математической грамотности PISA–2012

Классификация задачи (вопрос 2)

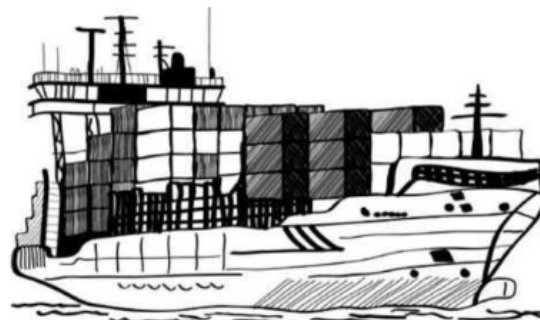
Описание	Использовать теорему Пифагора в рамках геометрического содержания реальной ситуации
Область математического содержания	Пространство и форма
Контекст	Применять
Познавательная деятельность	Научный

Вопрос №3

PM923Q04-0 1 9

Из-за высокой стоимости дизельного топлива в 0.42 зедра за литр владельцы корабля «Новая волна» думают о том, чтобы снабдить свой корабль кайтом. Подсчитано, что подобный кайт даёт возможность уменьшить расход дизельного топлива на 20%. Стоимость установки на «Новой волне» кайта составляет 2 500 000 зедов.

Название: «Новая волна»
 Тип: фрахтовое судно
 Длина: 117 метров
 Ширина: 18 метров
 Грузоподъёмность: 12 000 тонн
 Максимальная скорость: 19 узлов
 Дизельного топлива за год без использования кайта: 3 500 000 литров



Через сколько примерно лет экономия на дизельном топливе покроет стоимость установки кайта? Приведите вычисления, подтверждающие ваш ответ.

Количество лет:

Рис. 4. Пример задачи международного исследования математической грамотности PISA–2012

Классификация задачи (вопрос 3)

Описание	Решить ситуацию в реальном мире, включающую экономию затрат и расхода топлива
Область математического содержания	Изменения и зависимости
Контекст	Формулировать
Познавательная деятельность	Научный

2. Особенности заданий PISA и оценка уровня математической грамотности

2.1 Особенности заданий на формирование и оценку математической грамотности

В исследованиях, которые ставят перед собой задачу оценивания учебных достижений учащихся, традиционную для мониторинговых исследований в области оценивания предметной подготовки учащихся, разработка инструментария обычно осуществляется на основе содержания программы по математике и программных требований к подготовке учащихся (примером такого исследования является существующая до 2021 года концепция TIMSS).

Учащимся предлагаются учебные задачи разного уровня сложности, позволяющие проверить умение применять знания в стандартных или нестандартных учебных ситуациях. При разработке исследования PISA использован другой подход: определены математические знания и умения, которые необходимы для решения повседневных задач.

К особенностям заданий исследования PISA относятся следующие:

- 1) задача, поставленная вне предметной области и решаемая с помощью предметных знаний, например, по математике;
- 2) контекст заданий близок к проблемным ситуациям, возникающим в повседневной жизни;
- 3) вопросы изложены простым, ясным языком и, как правило, немногословны;
- 4) требуют перевода с быденного языка на язык предметной области (математики, физики и др.);
- 5) формат заданий постоянно меняется, что исключает стратегию «натаскивания».

Для успешного понимания и решения контекстных проблем, предложенных в тестах исследования PISA, требуется владеть определенной совокупностью

математических понятий, процедур, фактов и инструментов на определенном уровне понимания и глубины усвоения. Такая совокупность была определена на основе анализа стандартов по математике 11 развитых стран мира, в числе которых были страны, показавшие в исследованиях PISA самые высокие результаты. Учитывалось, какие знания эти страны считали реально достижимыми и необходимыми для обеспечения учащимся возможности начать работать или поступить в институты для получения высшего образования, а также достаточно ли этих знаний для того, чтобы 15-летние учащиеся были конструктивными, заинтересованными и размышляющими членами современного общества.

Разработчиками концепции исследования составлен следующий перечень математических тем, владение которыми необходимо для успешного выполнения тестовых заданий.

Функции: понятие функции, разнообразные формы их описания и представления: словесная, символьная, табличная и графическая.

Алгебраические выражения: словесная интерпретация и операции, работа со значениями переменных.

Уравнения и неравенства: линейные уравнения, системы линейных уравнений и неравенства, простые квадратные уравнения, аналитические и неаналитические методы решения (например, метод «проб и ошибок»).

Система координат: представление и описание данных, их расположения и зависимостей.

Отношения в рамках геометрического объекта и среди геометрических объектов в двумерном и трехмерном пространстве. Пространственные фигуры и их свойства, формулы вычисления площадей поверхности и объема.

Измерения: количественная характеристика свойств фигур и объектов, между фигурами и объектами.

Числа и единицы измерения.

Арифметические и алгебраические операции: смысл и свойства этих операций и принятых соглашений (например, законов), включая возведение чисел в натуральную степень и извлечение простых квадратных корней.

Проценты, отношения и пропорции: вычисление их величины, применение пропорций и прямо пропорциональных отношений для решения проблем.

Оценка: отвечающие поставленной цели приближенные значения величин и числовых выражений, включая значимые цифры и округление.

Принципы подсчетов: простые сочетания и перестановки (в расчете на способ перебора вариантов).

Набор данных, представление и интерпретация: природа, происхождение, наборы разнообразных данных, различные способы их представления и интерпретации.

Изменчивость данных и ее описание: такие понятия, как изменчивость, распределение, центральная тенденция набора данных, способы описания и интерпретации этих данных в количественных выражениях.

Выборки и составление выборок: понятие выборки и выбора из совокупностей данных, включая простые выводы на основе свойств выборок.

Случайность и вероятность: понятие случайного события, случайное изменение и его представление, частота и вероятность событий, основные аспекты понятия вероятности.

Также были выделены ключевые компетенции, необходимые для форм овладения математической грамотностью:

- коммуникация;
- математическое моделирование;
- представление;
- рассуждения и аргументы;
- разработка стратегии решения проблем;

- использование символического, формального и технического языка и операций;

- использование математических инструментов.

Тестовые задания по математике в исследовании PISA предлагаются учащимся в контекстной форме. К каждому заданию дается описание некоторой ситуации и предлагается от 1 до 6 вопросов, в которых ставятся проблемы, которые надо решить, пользуясь информацией, предложенной в описании ситуации и в самом вопросе. Поэтому успешность выполнения этих заданий существенно зависит не только от предметных знаний, но и от овладения учащимися стратегиями смыслового чтения и умения работать с текстом. К ним следует отнести, например, такие виды деятельности, как:

- решать учебно-познавательные и учебно-практические задачи, требующие полного и критического понимания текста;

- удерживать условия задания в процессе решения;

- самоконтроль за выполнением условий (ограничений) в описании ситуации при нахождении решения и интерпретации полученного решения в рамках предложенной ситуации;

- работать с информацией, представленной в различной форме (текста, таблицы, диаграммы столбчатой или круговой, схемы, рисунка, чертежа с обозначением видимых и невидимых элементов геометрической фигуры) в контексте конкретной проблемы.

Кроме того, математическая грамотность существенно зависит от овладения познавательными универсальными действиями логического и алгоритмического характера, общим приемом решения задач, которые в значительной степени формируются при изучении математики.

Данный перечень не выходит за рамки требований к математической подготовке выпускников основной российской школы, представленных в Федеральном государственном стандарте и в Примерной основной образовательной программе образовательного учреждения.

Распределение заданий в исследовании PISA выглядит следующим образом:

- 25% – формулировать;
- 25% – интерпретировать;
- 50% – применять.

Приведем пример задания для формирования и оценки математической грамотности [2], в котором используются различные виды познавательной деятельности и формы ответов (рис. 5, 6, 7).

Дорога до дачи

Всем хорошо известно, как важны хорошие дороги, по которым можно в кратчайшие сроки перевозить необходимые грузы и перемещаться пассажирам.

На автомобильной трассе М4 «Дон» в пределах Московского региона ввели в эксплуатацию три скоростных участка, на которых можно развивать скорость до 130 км/час.



Скоростные участки трассы расположены от Москвы:

- первый – от отметки 51 км до отметки 71 км;
- второй – от отметки 76 км до отметки 103 км,
- третий – от отметки 113 км до отметки 120 км.

В субботу семья Ивановых выехала на автомобиле на дачу, которая расположена в 120 км от Москвы. В 8 ч утра они начали движение по трассе «Дон» и воспользовались скоростными её участками.

Рис. 5. Пример задания для формирования и оценки математической грамотности

График их движения по трассе изображён на рисунке.

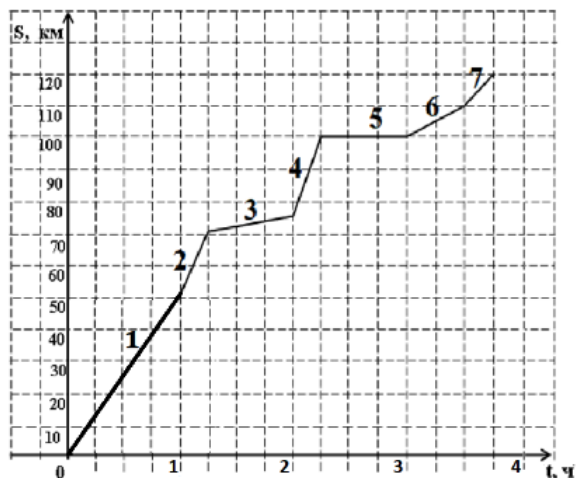


Рис. 6. Пример задания для формирования и оценки математической грамотности

1. Определите, какие утверждения относительно характеристик движения автомобиля с датчиками являются верными.

- Скоростные участки трассы обозначены на графике цифрами 2, 4 и 7.
- До первого скоростного участка трассы семья доехала за 45 минут.
- За второй час поездки Ивановы проехали примерно 75 км.
- Ивановы приехали на дачу в 12.00.

2. Опишите, что могло произойти на 100-м километре трассы. Ответ поясните.

Ответ: _____

3. На участке трассы от отметки 71 км до отметки 76 км идут дорожные работы по соединению двух первых скоростных участков в единый скоростной участок. За какое наименьшее время можно будет преодолевать этот объединённый скоростной участок после завершения дорожных работ?

Ответ дайте в минутах.

Рис. 7. Пример задания для формирования и оценки математической грамотности

В исследовании PISA–2022 будут включены новые темы – это явления роста (изменения и зависимости), геометрическая аппроксимация (пространство и формы), компьютерное моделирование (количество), принятие решений в условиях неопределенности (неопределенность и данные).

Появятся и новые типы заданий, которые представлены на рисунке 8.



Рис. 8. Новые типы заданий в исследовании PISA

Пример задания PISA-2022 [16].

Самое короткое расстояние между двумя точками – отрезок прямой. Однако двигаться по прямой линии в городе не всегда представляется возможным. Посмотрите на карту, изображенную на рисунке. Серые линии обозначают дороги, а квадратные синие блоки – здания (рисунок 9).

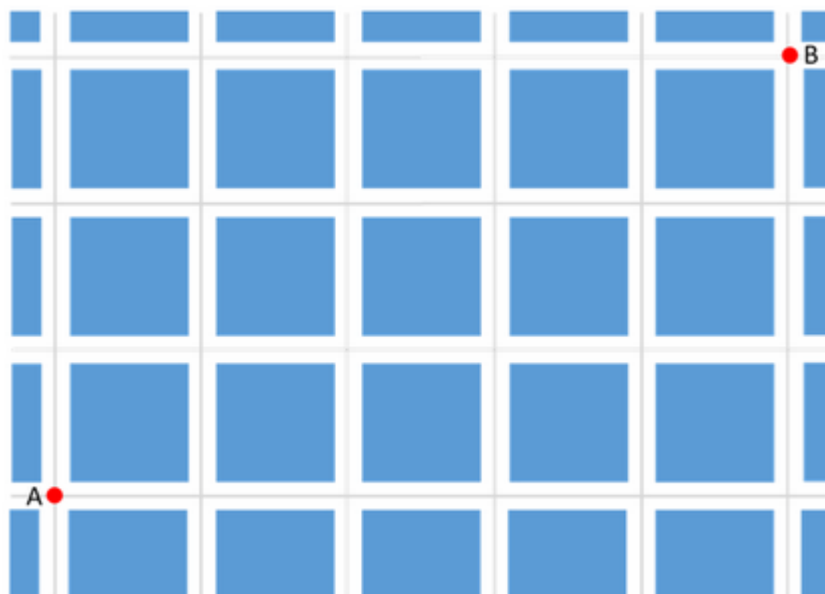


Рис. 9. Пример задания PISA-2022

Исследуем различные стратегии планирования маршрута из одной точки города в другую (рис. 10, 11, 12).

Энн, Боб и Кори предлагают различные идеи нахождения самого короткого маршрута из точки А в точку В.

Энн всегда движется вправо или вверх, оставаясь ниже красной линии, соединяющей точки А и В, как можно ближе к ней (зеленая линия).

Боб всегда движется вправо или вверх, стараясь пересечь красную линию, соединяющую точки А и В (оранжевая линия).

Кори всегда движется вправо или вверх, оставаясь выше красной линии, соединяющей точки А и В, как можно ближе к ней (фиолетовая линия).

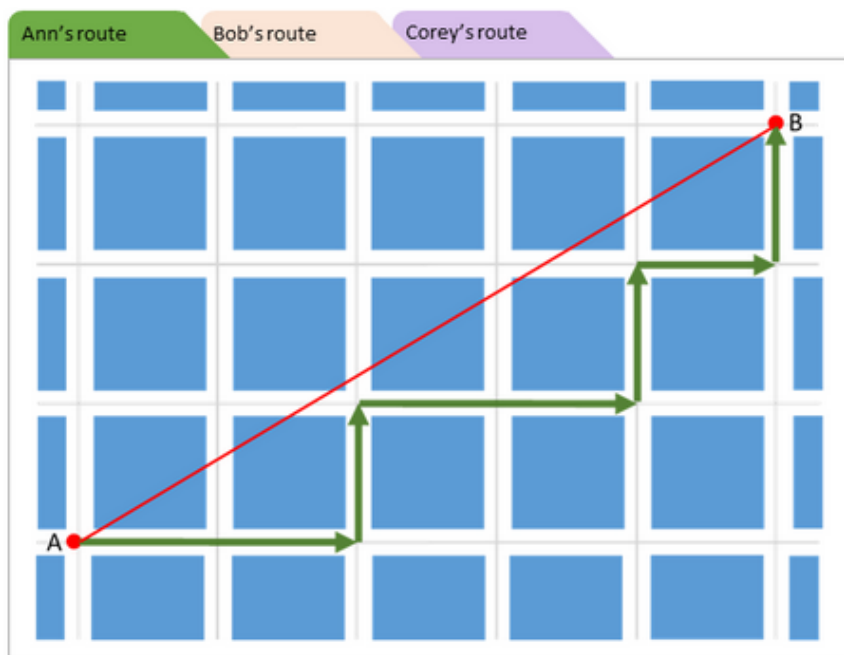


Рис. 10. Пример задания PISA-2022

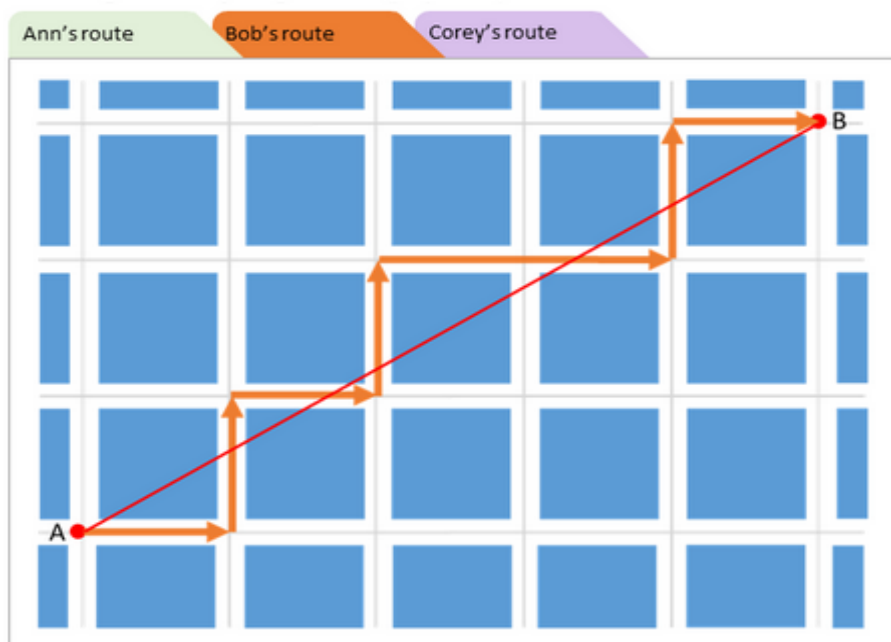


Рис. 11. Пример задания PISA-2022

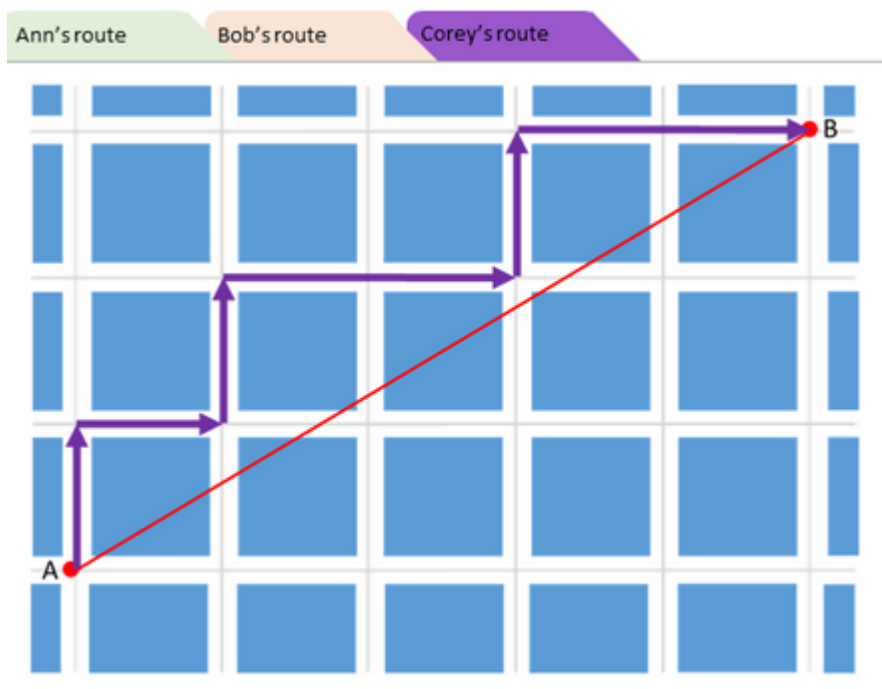


Рис. 12. Пример задания PISA-2022

С помощью мыши перемещайте точку А на разные отмеченные перекрестки дорог – для каждой позиции будет А показан маршрут для каждой стратегии доступа к В и соответствующее расстояние (рис. 13).

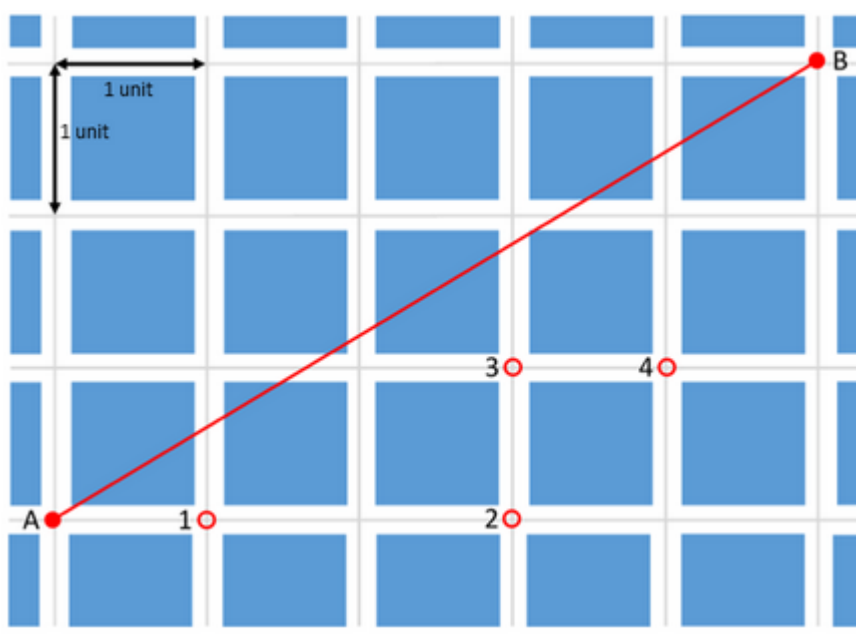


Рис. 13. Пример задания PISA-2022

Месторасположение точки А	Расстояние от А до В		
	Маршрут Энн	Маршрут Боба	Маршрут Кори
1			
2			
3			
4			

Вы заметите, что независимо от расположения точки А и маршрута, длина от А до В остается одинаковой.

Объясните, почему при применении любой из трех стратегий длина маршрута остается одинаковой.

2.2 Оценка уровня математической грамотности

Рассмотрим, как осуществляется оценка трудности заданий и уровня математической грамотности учащихся. Разработчики инструментария исследования PISA обосновали, что возможно сконструировать шкалу измерения математической деятельности. Тогда каждому заданию будет отвечать точка на этой шкале, которая определяется с учетом его трудности, а каждому учащемуся будет соответствовать точка на этой же шкале, которая определяется с учетом продемонстрированного им уровня продуктивной деятельности при выполнении заданий. При этом реальная трудность тестового задания определяется с учетом процента выполнивших его учащихся, а уровень деятельности учащегося при выполнении конкретного теста может быть оценен с учетом количества и трудности заданий, с которыми он справился.

Математическая модель, которая использовалась для анализа результатов исследования, вводилась с помощью итерационных процедур и одновременной оценки вероятности того, что конкретный ученик выполнит верно задания данного теста, и вероятности того, что конкретное задание

будет выполнено данной выборкой учащихся. В результате этих процедур стало возможным создать единую непрерывную шкалу оценок уровня математической грамотности.

Реальная трудность задания оценивалась баллом, который определялся по этой шкале на основе результатов его выполнения учащимися-участниками исследования. Каждому учащемуся с учетом реальной трудности всех решенных им заданий по этой же шкале выставлялся балл, который оценивал уровень его математической грамотности. Для того чтобы характеризовать оценки учащихся с помощью постоянного и значимого по смыслу показателя, разработанная единая 1000-балльная шкала была разделена в 2012 г. на 6 интервалов по убыванию значений, определяющих разные уровни успешности учащихся при выполнении тестов. Каждый из этих интервалов определял один из 6 выделенных уровней успешности математической деятельности, которая требовалась для решения заданий, по трудности соответствующих данному интервалу значений.

Характеристика каждого уровня составлена на основе содержания и математической деятельности, которая требуется для выполнения заданий с показателями трудности, принадлежащими интервалу шкалы, отвечающему данному уровню. Следует иметь в виду, что деятельность, характерная для предыдущих по сложности уровней грамотности, включается в последующие более высокие уровни грамотности.

Различие математической деятельности, характерной для каждого из шести выделенных уровней, определяется:

- сложностью интерпретации и рассуждений, необходимых для решения проблемы;
- сложностью способа решения (от одношагового до многошагового решения);
- формой представления информации в описании предлагаемой ситуации (от единственной формы до нескольких форм);

- сложностью математической аргументации (табл. 1 [6]).

Таблица 1

Описание уровней математической грамотности в исследовании PISA

Уровень	Что могут делать учащиеся, достигшие данного уровня читательской грамотности
6	<p>Учащиеся, достигшие 6-го уровня, как правило, способны делать многочисленные подробные и точные выводы, сравнения и противопоставления. Они демонстрируют полное и детальное понимание одного или нескольких текстов и могут объединять информацию, представленную в нескольких текстах. Работая с заданиями 6-го уровня, учащиеся сталкиваются с незнакомыми идеями в контексте явно противоречивой информации и должны быть в состоянии оперировать абстрактными категориями для интерпретации прочитанного. Учащиеся могут строить гипотезы, связанные со сложными текстами незнакомой им тематики, или критически оценивать содержание таких текстов, при этом учитывая несколько критериев или точек зрения и применяя общую эрудицию, не связанную с содержанием текста. Основопологающим условием для оценивания и проверки заданий этого уровня являются точность анализа и внимание к мельчайшим деталям текстов</p>
5	<p>Учащиеся, достигшие 5-го уровня, могут находить и систематизировать несколько фрагментов информации, которая неявным образом интегрирована в текст, определяя, что именно является релевантным. Рефлексивные задания требуют критического оценивания и построения гипотез, основывающихся на специализированном знании. Задания на рефлексию</p>

Уровень	Что могут делать учащиеся, достигшие данного уровня читательской грамотности
	и интерпретацию требуют полного и детализированного понимания текста, форма или содержание которого могут быть незнакомы учащемуся. Для всех аспектов чтения задания этого уровня обычно связаны с понятиями, содержание которых может противоречить тому, что ожидают учащиеся
4	Учащиеся, достигшие 4-го уровня, могут находить и систематизировать несколько фрагментов информации, которая неявным образом интегрирована в текст. Они также могут интерпретировать языковые тонкости в одной из частей текста, основываясь на тексте целиком. В других заданиях, связанных с интерпретацией, учащиеся демонстрируют понимание категорий и способность их применять в незнакомых контекстах. Кроме того, учащиеся на этом уровне могут использовать формальное или общедоступное знание для того, чтобы строить гипотезы на основании текста или критически оценивать его содержание. Учащиеся должны демонстрировать точное понимание длинных или сложных текстов, форма или содержание которых могут быть им незнакомы
3	Учащиеся, достигшие 3-го уровня, способны находить в тексте несколько фрагментов информации, которые отвечают определенным условиям, и в некоторых случаях определять взаимосвязь между ними. Они также в состоянии объединить информацию из нескольких частей текста для того, чтобы определить его основную идею, понять взаимосвязь между фрагментами текста или истолковать значение слова или фразы. В процессе выполнения заданий, связанных со сравнениями,

Уровень	<p align="center">Что могут делать учащиеся, достигшие данного уровня читательской грамотности</p>
	<p>противопоставлениями или категоризацией, учащимся необходимо учитывать многие особенности текстов. Зачастую необходимая информация не является очевидной, в тексте также может быть большое количество противоречивой информации, или же в тексте могут содержаться другие сложности, например, идеи, которые противоположны ожиданиям учащихся или отрицательно сформулированы. Рефлексивные задания этого уровня могут быть связаны с сопоставлениями, сравнениями и объяснениями, от учащегося также может потребоваться оценить какую-либо особенность текста. Некоторые из рефлексивных заданий могут потребовать от учащегося продемонстрировать детальное понимание текста в отношении знакомого, повседневного знания. В некоторых заданиях детальное понимание текста не требуется, однако при этом необходимо делать выводы, основываясь на менее распространенном знании</p>
<p align="center">2</p>	<p>Учащиеся, достигшие 2-го уровня, способны находить один или несколько фрагментов информации, которые, возможно, должны отвечать определенным условиям и на основании которых учащимся, возможно, нужно сделать выводы. Они могут понять, в чем заключается основная идея текста, понимать взаимоотношения между различными частями текста и истолковывать значение в рамках части текста в том случае, если информация неявно выражена и учащемуся необходимо сделать какие-либо базовые выводы. Задания этого уровня могут включать в себя сравнения или противопоставления, основанные на какой-</p>

Уровень	Что могут делать учащиеся, достигшие данного уровня читательской грамотности
	либо одной особенности текста. Типичные рефлексивные задания этого уровня требуют от учащихся сравнить или сопоставить информацию, представленную в тексте, с внешним знанием, основываясь на собственном опыте и мнении
1a	Учащиеся, достигшие уровня 1a, могут находить один или несколько фрагментов четко выраженной информации, они также в состоянии понять основную идею или авторский замысел в тексте знакомой тематики, а также сопоставить информацию, представленную в тексте, с распространенным повседневным знанием. Обычно необходимая информация представлена в тексте явным образом, при этом в тексте мало противоречивой информации или же она отсутствует полностью. Учащегося четко направляют к рассмотрению определенных факторов в задании и в тексте
1b	Учащиеся, достигшие уровня 1b, могут найти единственный фрагмент четко выраженной информации в коротком, синтаксически не осложненном тексте знакомой тематики и формы (например, повествовательной). В текстах этого уровня обычно содержатся подсказки для учащихся: повторения информации, картинки или знакомые символы. Количество противоречивой информации сведено к минимуму. Учащиеся, достигшие уровня 1b, могут интерпретировать тексты, устанавливая простые связи между смежными фрагментами информации
1c	Несмотря на то, что можно измерить уровень грамотности учащихся, которые находятся ниже уровня 1b, описание того, что

Уровень	Что могут делать учащиеся, достигшие данного уровня читательской грамотности
	они могут выполнять, достигнув этого уровня, не представляется возможным. В процессе подготовки нового материала для исследования PISA-2018 были разработаны задания, которые позволят измерять навыки чтения и понимания прочитанного, соответствующие уровню 1b или ниже

Сами задания, предлагаемые PISA для оценки уровня математической грамотности, характеризуются тремя уровнями трудности: низкий, средний, высокий. Приведем задание низкого уровня трудности (рис. 14).

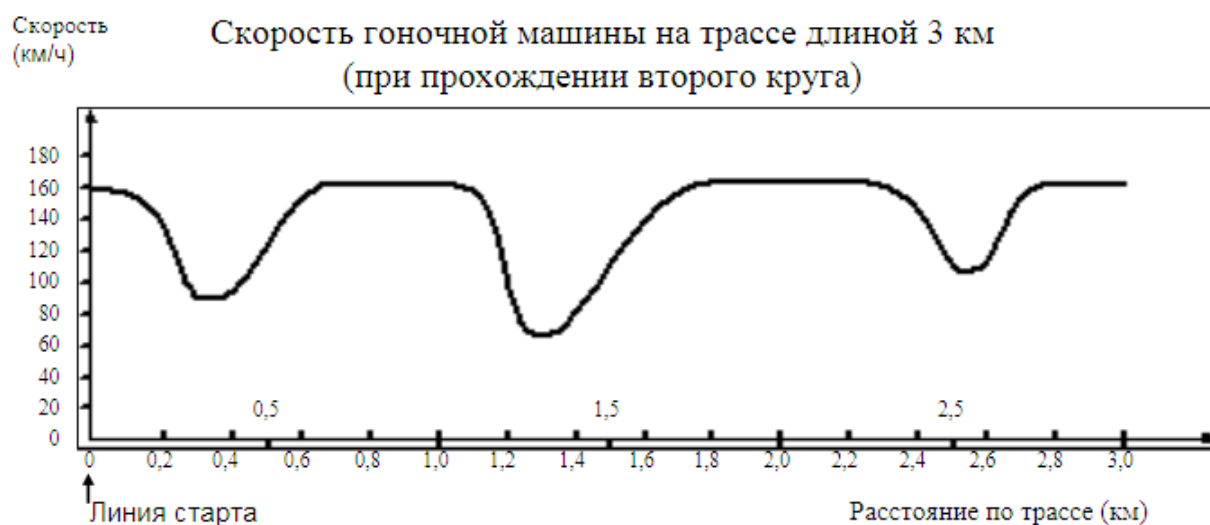
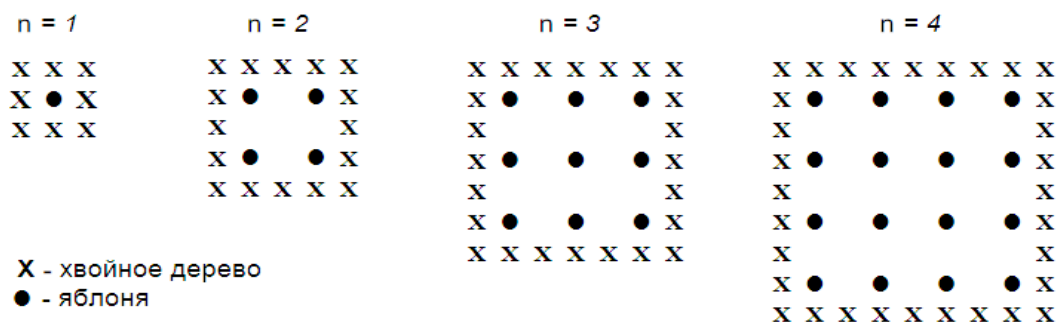


Рис. 14. Задание низкого уровня трудности

В каком месте трассы скорость машины была наименьшей при прохождении второго круга?

Следующее задание относится к среднему уровню трудности (рис. 15).

Ниже на рисунке изображены схемы посадки ялонец и хвойных деревьев для нескольких значений n , где n – количество рядов высаженных ялонец. Эту последовательность можно продолжить для любого числа n .



Вопрос 1: ЯБЛОНИ

M136Q01- 01 02 11 12 21 99

Заполните таблицу:

n	Количество ялонец	Количество хвойных деревьев
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Рис. 15. Задание среднего уровня трудности

Задание на высокий уровень трудности (рис. 16, 17).

Ниже изображена карта Антарктиды

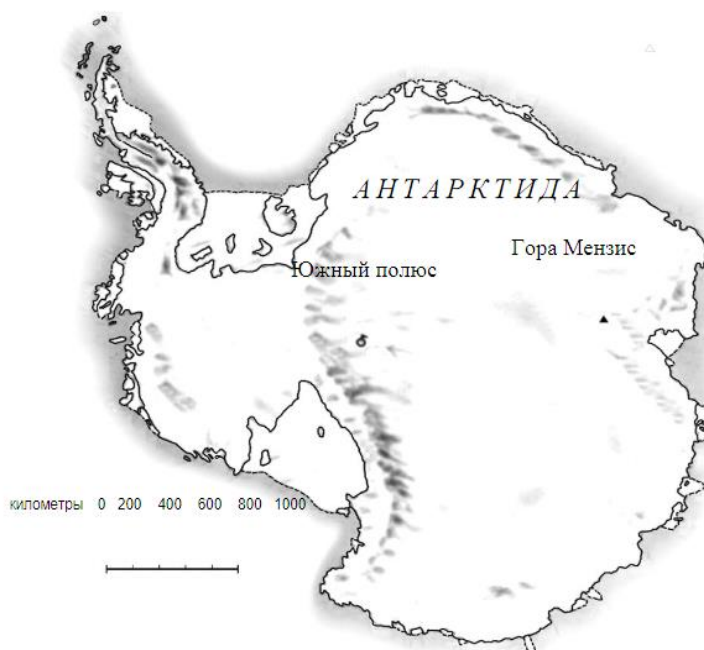


Рис. 16. Задание низкого уровня трудности

Вопрос 4: ПЛОЩАДЬ КОНТИНЕНТА

M148Q02- 01 02 11 12 13 14 21 22 23 24 25 99

Пользуясь масштабом данной карты, определите, чему примерно равна площадь Антарктиды.

Объясните, каким способом вы получили свою оценку площади континента, и приведите свои вычисления.

(Для получения ответа можно использовать данную карту, например, проводить на ней нужные вам линии и построения.)

Рис. 17. Задание низкого уровня трудности

3. Методика формирования математической грамотности

3.1 Конструирование заданий на формирование математической грамотности

Отличительными особенностями заданий на формирование математической грамотности являются следующие: контекстность, проблемность, соответствие возрастным особенностям, обогащение социального опыта, познавательность, развитие компетенций, комплексность и уровневость.

Для конструирования контекста заданий, мотивирующих обучающихся к освоению математической грамотности, необходимо знание их особенностей, что поможет лучше разобраться в том, какие у современных подростков есть интересы, потребности и предпочтения.

На рисунке 18 представлен портрет современного подростка, из которого следует, что важным для них является семья, наличие хороших и верных друзей. Они также уважают технику, увлечены масс-медиа, стараются заботиться о своем здоровье. Отметим, что современные подростки прагматичны, но при этом инфантильны, им также присуща толерантность.

Портрет современного подростка



Рис. 18. Портрет современного подростка

Для организации образовательного процесса по формированию математической грамотности следует также учитывать совокупность социальных ролей, которые должен освоить выпускник средней школы:

- работник;
- субъект профессионального самоопределения;
- субъект общения;
- гражданин;
- семьянин;
- субъект жизненного самоопределения;
- субъект непрерывного самообразования;
- потребитель;
- заемщик;
- кредитор;
- инвестор.

Последние 4 роли связаны с необходимостью формирования у подростков финансовой грамотности.

Критерий «*проблемность*» подразумевает наличие реальной противоречивой ситуации, характерной для этой возрастной категории, которая предполагает неопределенность и неоднозначность.

Обогащение социального опыта должно быть связано с 4 видами контекста: личный, профессиональный, общественный, научный.

Приведем примеры задач.

1. Социальная роль – «потребитель» (рис. 19, 20, 21 [2])

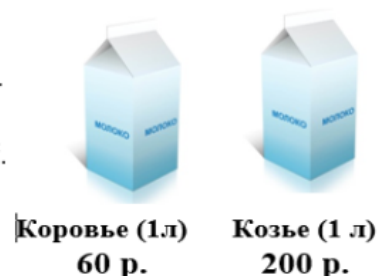
Акция в магазине

Ирина Петровна узнала про акции в молочном отделе ближайшего магазина и решила приобрести молоко и йогурты со скидкой.

1. Ирина Петровна прочитала первое объявление:

При покупке трёх и более пакетов коровьего молока «Бурёнка (1 л)» цена одного пакета – 50 руб.

При покупке двух и более пакетов козьего молока «Весёлая коза (1 л)» цена одного пакета – 140 рублей.



Ирина Петровна воспользовалась акцией и купила 3 л коровьего и 2 л козьего молока. Какую сумму денег она заплатила?

Ответ: _____

Решение: _____

Рис. 19. Пример задачи. Социальная роль – «потребитель»

2. На втором объявлении Ирина Петровна прочитала:

Акция «3 по цене 2» на йогурты фирмы «Солнышко». Спешите. Только сегодня при покупке двух йогуртов вы получаете третий в подарок.

Цена одного йогурта – 48 рублей.



48 р.

Ирина Петровна купила по акции 3 йогурта фирмы «Солнышко». Во сколько рублей ей обошёлся один йогурт?

Ответ: _____

Решение: _____

Рис. 20. Пример задачи. Социальная роль – «потребитель»

3. Сколько йогуртов по акции «3 по цене 2» может купить Ирина Петровна на 300 рублей



48 р.

Ответ: _____

Решение: _____

Рис. 21. Пример задачи. Социальная роль – «потребитель»

2. Социальная роль – «семьянин» (рис. 22, 23, 24, 25 [2])

Пособие на ребёнка

Семья имеет право получать от государства ежемесячное пособие на ребёнка в возрасте до трёх лет, если подходит под установленный критерий:

Если сложить все доходы семьи за последние 12 месяцев и разделить их на количество членов этой семьи (родителей и несовершеннолетних детей), а затем найденный средний среднедушевой доход разделить на 12, то на одного человека должно получиться меньше двух прожиточных минимумов, установленных в субъекте Российской Федерации для трудоспособного населения.

Семья Ивановых состоит из четырех человек (мама, папа и двое детей). Одному из детей ещё не исполнилось трёх лет, и семья хочет получать на него ежемесячное пособие.



https://aprlnr.su/uploads/posts/2019-06/1560950481_foto-semi.jpg

Рис. 22. Пример задачи. Социальная роль – «семьянин»

Доходы родителей за последние 12 месяцев указаны в таблице:

<i>Член семьи</i>	<i>Доход за последние 12 месяцев, руб.</i>
Мама – Иванова Мария Петровна	347 040
Папа – Иванов Сергей Андреевич	429 000

В субъекте Российской Федерации, где проживают Ивановы, размер прожиточного минимума для трудоспособного населения составляет 11 054 рубля.

Рис. 23. Пример задачи. Социальная роль – «семьянин»

1. Имеет ли право семья Ивановых получать ежемесячное пособие на ребёнка?

Да

Нет

Обоснование: _____

Рис. 24. Пример задачи. Социальная роль – «семьянин»

2. Приведите пример ежемесячного заработка Марии Петровны и Сергея Андреевича, при котором семья Ивановых не будет иметь право на ежемесячное пособие.

Ежемесячный заработок Ивановой Марии Петровны _____ руб.

Ежемесячный заработок Иванова Сергея Андреевича _____ руб.

Обоснование: _____

Рис.25. Пример задачи. Социальная роль – «семьянин»

3.2 Методические приемы формирования математической грамотности

Работа над формированием математической грамотности основана на следующих положениях:

- обучение математическому моделированию;
- сочетание теоретических и практических знаний;
- личная значимость приобретаемых знаний;
- обогащение социального опыта;
- межпредметная интеграция;
- освоение метадеятельности.

Остановимся более подробно на процессе математического моделирования, который представляет собой идеальное научное знаковое формальное моделирование, при котором описание объекта осуществляется на языке математики, а исследование моделей осуществляется с использованием тех или иных математических методов.

Как известно, процесс математического моделирования включает в себя несколько этапов. *Первый* из них – это математизация информации, т.е. перевод данных в математические величины, которые отражены в условии задачи. Следует также обратить внимание на единицы измерения величин (лучше, если в задаче будут использованы разные единицы измерения одной и той же величины, это даст лишний повод их повторить). *Следующим шагом* должно стать установление функциональной зависимости между величинами. Очень полезно поработать с записями в виде формул. Например, запись $A = B \cdot C$ можно обыграть на разных величинах, уточняя каждый раз связь между ними. Можно, наоборот, предложить учащимся самостоятельно записать зависимость с помощью буквенной символики, используя величины, участвующие в условии.

Третий этап – составление собственно математической задачи (уравнения, неравенства, системы уравнений и т.д.) и ее обязательное обоснование. К моменту работы с заданием все используемые способы и методы должны

быть освоены на уровне умений, так как целью должно стать формирование приемов математического моделирования. Решение собственно математической задачи должно быть быстрым, без громоздких вычислений (в крайнем случае, возможно использование калькулятора).

Четвертый этап – интерпретация полученных результатов, сначала в математических терминах, а затем в контексте рассматриваемой реальной проблемы.

Следующий этап – составление обобщенной модели с использованием буквенной символики. Для этого конкретные данные заменяем буквами (переменными). Необязательно все данные заменять сразу буквами, можно это делать последовательно. Далее предлагаем данные (например, таблицу), которые можно подставить в обобщенную модель и решить ее (у каждого учащегося – своя обобщенная модель). Обязательно подбираем такие данные, чтобы для них не существовало решения. Обсуждаем, почему так получилось.

Рассмотрим предлагаемую методику на примере задания «Гостиница».

Для развития туристического бизнеса мэрией города было принято решение о строительстве новой гостиницы. В ее проектировании, строительстве и оборудовании приняли участие студенты учебных заведений города. По проекту, который разработали с участием студентов архитектурного университета, в гостинице должно быть 200 современных одноместных и двухместных номеров. Бизнес-план, составленный студентами финансового университета, предполагал, что одноместный номер будет приносить 25 000 р. прибыли в месяц, а двухместный – 40 000 р. в месяц. Расчет прибыли основывается на предположении, что одноместные номера будут ежемесячно заполняться на 60%, а двухместные – на 80%. Вычислите, сколько одноместных и сколько двухместных номеров заложено в проект гостиницы, чтобы ежемесячная прибыль составляла 5 040 000 р.?

Первый этап – это математизация информации, т.е. перевод данных в математические величины. В нашем случае – это доход, прибыль, количество

номеров. Необходимо обсудить с учащимися, в каких единицах измерения выражаются данные величины.

Следующим шагом должно стать установление функциональной зависимости между величинами. Например, как связана прибыль гостиницы с количеством номеров и прибылью от каждого номера. Для этого следует рассмотреть запись $A = B \cdot C$, которую можно обыграть на таких величинах, как доход и количество номеров, прибыль, полученная от одного номера и количество номеров. Каждый раз уточняем связь между величинами.

Третий этап – составление собственно математической задачи (уравнения, неравенства, системы и т. д.) и обязательно ее обоснование!

Для рассматриваемой задачи это будет система линейных уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 200; \\ 0,6 \cdot 25000 \cdot x + 0,8 \cdot 40000 \cdot y = 5040 \end{cases}$$

Четвертый этап – интерпретация полученных результатов, сначала в математических терминах, а затем в терминологии задачи: x и y как решения системы линейных уравнений и количество одноместных и двухместных номеров.

Пятый этап – составляем обобщенную модель с использованием буквенной символики для любой гостиницы с одноместными и двухместными номерами:

$$\begin{cases} x + y = A; \\ n \cdot B \cdot x + m \cdot C \cdot y = D \end{cases}$$

где x и y – количество одноместных и двухместных номеров соответственно, A – всего номеров, B , C , D – сумма прибыли (B – общая, C , D – для одноместных и двухместных номеров соответственно, n и m – заполнение номеров).

Кроме специально разработанных заданий на формирование математической грамотности, учитель трансформировать текстовые арифметические задачи, которые в «чистом виде» таковыми не являются.

Для трансформации текстовых задач могут быть использованы следующие методические приемы.

1. Постановка проблемных вопросов: как изменится решение и ответ задачи при изменении условий. При этом необходимо предусмотреть не только изменения количественных данных, но и самой реальной ситуации, контекст которой выступает основой для рассматриваемой задачи: изменилась технология, условия кредитования, способы транспортировки, новые тарифы и др.).

2. Цепочки задач, в которых ответ или условие предыдущей задачи служат данными (условием) для следующей, а также в неявной форме условие первой задачи использовано в следующей, например, срок эксплуатации, ограничения и др.

3. Комплексные задания, в которых требуется рассчитать различные данные о продукте, услуге (например, ресурсы, прибыль, оптимальный срок эксплуатации, упаковка и др.)

4. Использование различных источников и способов получения информации, в том числе, работа с базами данных, посещение различных финансовых и торговых организаций, проведение опросов и др.

5. Оценка оптимальности решения с различных аспектов (трудозатрат, финансовых затрат, организации и др.).

6. Использование различных способов визуализации информации в условиях и ответах к задаче.

Рассмотрим некоторые из перечисленных выше приемов на примере решения следующей текстовой арифметической задачи.

Задача 175 [1].

Получив премию, сотрудник решил положить ее на счет в банке. Он может открыть счет с годовым доходом 8%. Если банк выплачивал 11% годовых, то для получения такого же дохода потребовалось бы на 900 рублей меньше. Определите, сколько рублей составляла премия.

Перед тем как приступить непосредственно к решению, следует обсудить с учащимися, какие в настоящее время существуют ставки по вкладам, чем они отличаются, какие наиболее выгодны для различных целей. Для этого можно предложить учащимся заранее ознакомиться с информацией, представленной на сайтах банков, поговорить с родителями, сходить в банк. Сравнить уровень инфляции и ставки по вкладам. Далее можно предложить учащимся определить цель накопления и рассмотреть серию задач, связанных с ее достижением с использованием различных способов сбережений. Для этого можно дать учащимся актуальную информацию из различных банков и предложить рассчитать возможные доходы. Таким образом, проблемный вопрос к исходной задаче может звучать следующим образом: «Какой доход максимальный (минимальный) доход может получить сотрудник фирмы, если бы он положил премию под проценты в банк в настоящее время?»

Для усложнения исходной задачи учащимся следует предложить придумать цели, на которые необходимо накопить требуемую сумму и составить план сбережений с учетом актуальной информации из банков, рассмотреть возможные варианты выделения дополнительной суммы из заработной платы, способы экономии средств.

Для формирования навыков визуализации можно предложить учащимся составить диаграммы изменения ставки по вкладам в банке за определенны срок, курсов доллара и евро и др.

3.3 Особенности заданий Международного исследования PISA-2022

Весной 2022 года российские школьники вновь примут участие в международном мониторинговом исследовании PISA. Приоритетным направлением предстоящего исследования будет математическая грамотность в обновленной диагностической модели (рис. 26).



Рис. 26. Диагностическая модель математической грамотности PISA-2022 [7]

Анализ данной модели показывает, что специальным предметом проверки станет способность 15-летних подростков на разных этапах применения метода математического моделирования математически рассуждать о возможности объяснения или обоснования тех или иных явлений и процессов с использованием математики, о полноте входной количественной информации для получения выводов, о правильности выбора той или иной математической модели, об обоснованности высказанных суждений и др.

В школьном курсе математические рассуждения в основном связаны с поиском способа решения задачи и оценкой утверждений в категоричной дихотомической шкале: истина/ложь. В обыденной жизни оценки высказанных суждений часто бывают более мягкими, учитывающими, что для установления истинности или ложности суждения приведенной или доступной информации может быть недостаточно, а также что множество объектов высказывания, указанных в предложении, шире, чем область его истинности. В этом случае используется дополнительная категория: иногда истинно. Нельзя сказать, что при изучении математики в школе учащиеся не встречаются с такими ситуациями. Достаточно вспомнить задачи на решение уравнений, неравенств, проверку того, есть ли среди заданных чисел те, которые являются корнями уравнения или решениями неравенства, на установление множества чисел для которых данное равенство или неравенство является тождеством. Единственным отличием является отнесенность объектов высказывания не только к множеству математических объектов, но и реальных объектов, явлений или процессов. Для того чтобы осмыслить способы выполнения подобных заданий обратимся к математической логике. Пусть имеется предикат $P(x)$, то есть некоторое утверждение P об объекте x из множества A .

Утверждение $P(x)$ истинно **всегда**, если доказано, что справедливо высказывание $\forall x \in A: P(x)$, то есть для любого объекта из множества A утверждение $P(x)$ истинно.

Утверждение $P(x)$ истинно **иногда**, если во множестве A найдены два таких элемента $x_1; x_2 \in A$, что $P(x_1)$ истинно, а $P(x_2)$ ложно.

Утверждение $P(x)$ истинно **никогда**, если доказано, что справедливо высказывание $\exists x \in A: P(x)$.

Рассмотрим способы решения подобных задач на конкретном примере из демоверсии заданий PISA-2022.

Задание 1. Для каждого утверждения отметьте, является оно истинным всегда, иногда или никогда.

<i>Утверждение</i>	<i>Всегда</i>	<i>Иногда</i>	<i>Никогда</i>
1) 14-летняя девочка хотя бы раз в жизни была вдвое ниже своего нынешнего роста	•		
2) 14-летняя девочка выше 10-летней девочки		•	

Для проверки первого утверждения удобно использовать геометрическую модель изменения роста девочки от 0 до 14 лет. Пусть h_0 – рост девочки в момент рождения, h_{14} – ее рост в четырнадцать лет. Тогда очевидно, что справедливым является высказывание, что для любого значения $h_{14} > 0$ справедливо неравенство $0 < \frac{h_{14}}{2} < h_{14}$ (рис. 27). Следовательно, данное утверждение истинно **всегда**.

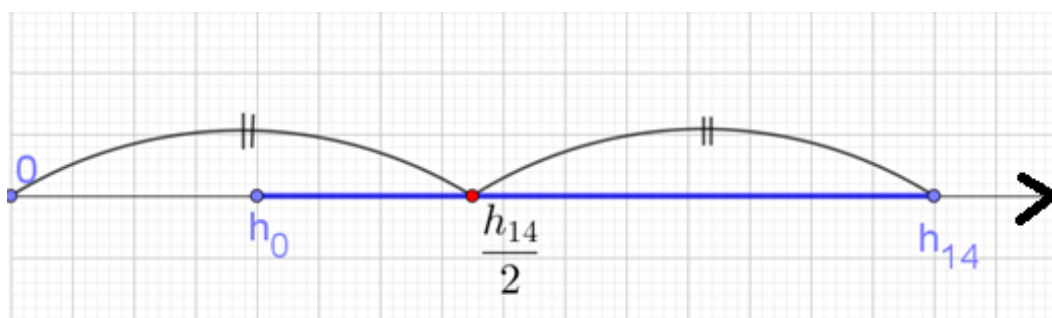


Рис. 27

Для проверки второго утверждения достаточно вспомнить, что в младших классах есть девочка, которая выше знакомой четырнадцатилетней девочки, и есть другая, которая ее ниже.

Задание 2. Для каждого утверждения отметьте, является оно истинным всегда, иногда или никогда.

<i>Утверждение</i>	<i>Всегда</i>	<i>Иногда</i>	<i>Никогда</i>
1) Произведение числа самого на себя является четным числом		•	
2) Результатом удвоения целого числа является целое число	•		
3) Половина нечетного числа является целым числом			•
4) $3x + 1 = \frac{6x+2}{2}$	•		
5). Периметр фигуры А больше периметра фигуры В			•

Утверждение 1 истинно иногда, так как если взять число 2 и умножить его самого на себя, то получим четное число 4, а если взять число 3 и умножить его самого на себя, то получим нечетное число. Утверждение 2 истинно всегда, так как четным числом по определению называется целое число, делящееся на два. Обозначим произвольное целое число за n . Тогда результатом его удвоения будет выражение $2n$, которое делится на 2, следовательно, является четным числом. Утверждение 3 истинно никогда, так как произвольное целое нечетное число можно представить в виде $2n + 1, n \in \mathbb{Z}$. Если взять его половину, то получим $n + 0,5 \notin \mathbb{Z}$. Утверждение 4 истинно всегда, так как правая часть получена в результате умножения и деления выражения,

стоящего в левой части на 2. Утверждение 5 истинно никогда, так как $KM + JF = NM + KJ = BC = DC$, следовательно, периметры этих фигур равны.

Задание 3. Каждое из представленных ниже утверждений истинно иногда. Приведите пример, когда оно истинно, и пример, когда оно ложно.

<i>Утверждение</i>	<i>Пример, когда утверждение истинно</i>	<i>Пример, когда утверждение ложно</i>
1) Человек, имеющий наибольшее количество монет имеет наибольшее количество денег	Пусть человек А имеет 2 монеты по 10 руб., а человек Б имеет 1 монету достоинством 5 руб., тогда А имеет 20 руб., а Б только 5 руб.	Пусть человек А имеет 3 монеты по 5 руб., а человек Б имеет 2 монеты достоинством 10 руб., тогда А имеет 15 руб., а Б только 20 руб.
2) $A - B = B - A$	Пусть $A = B = 3$, тогда $3 - 3 = 3 - 3$	Пусть $A = 4, B = 3$, тогда $4 - 3 \neq 3 - 4$
3) Если вы прибавите к числителю и знаменателю дроби одно и тоже число, то дробь увеличится	Пусть имеется дробь $\frac{1}{2}$. Прибавим к ее числителю и знаменателю по 1. Получим $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$.	Пусть имеется дробь $\frac{3}{2}$. Прибавим к ее числителю и знаменателю по 1. Получим $\frac{4}{3}$. $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} < 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

Приведенные примеры показывают, что постановка задач на оценку утверждений в категориях истинно всегда, иногда или никогда возможна как в математическом, так и в житейском контекстах. Включение подобных заданий в процесс обучения математике позволит учащимся лучше осмыслить условия истинности теорем и вводимых формул, а также покажет, в каких

случаях необходимо проведение доказательства, а в каких достаточно аргументировать свою позицию приведением примеров и контрпримеров.

Заключение

Актуализация проблемы формирования математической грамотности связана с повышением адаптивности современного образования, его направленности на использование получаемых знаний в реальной жизни и будущей профессии. Математическая грамотность формирует навыки анализа и решения проблем с помощью применения математического аппарата, обеспечивая способность проводить рассуждения и делать верные умозаключения.

Использование реальной ситуации в заданиях на формирование математической грамотности, представленной в личном, общественном, научном и профессиональном контекстах, способствует социализации обучающихся посредством обогащения их социального опыта, «примеривания» на себя различных социальных ролей: семьянина, гражданина, работника, потребителя и др.

Процесс формирования математической грамотности может быть организован в различных формах: на уроках, во внеурочной деятельности, как проектная работа, деловая или ролевая игра и др. Предлагаемые формы необходимо сочетать с комплексом методов, обеспечивающих овладение не только предметными, но и метапредметными компетенциями.

Важно иметь в виду, что создаваемая педагогом проблемная ситуация в процессе формирования математической грамотности должна «вырастать» не из академической задачи, а из противоречий и проблем реальной жизни учащегося, его личного опыта, которые составляют контекст учения и в которых всегда отражается в той или иной форме опыт общественный и социокультурный.

Математический аппарат, который применяется в заданиях на формирование математической грамотности, становится для учащихся более «осязаемым», наполняется практическим смыслом, что повышает



их мотивацию, стимулирует их познавательный интерес и активность к изучению математики как эффективного средства решения разнообразных практико-ориентированных задач.

Список использованных источников

1. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобраз. организаций / [Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворов, Е. А. Бунимовия и др.]. – Москва: Просвещение, 2016. – 320 с.
2. Банк заданий. Математическая грамотность // Официальный сайт ФГБНУ «Институт стратегии развития образования РАО». – Режим доступа: <http://skiv.instrao.ru/bank-zadaniy/matematicheskaya-gramotnost/>.
3. Исследование PISA-2012 // Официальный сайт ФГБУ «Федеральный институт оценки качества образования». – Режим доступа: <https://fioco.ru/PISA-2012>.
4. Исследование PISA-2015 // Официальный сайт ФГБУ «Федеральный институт оценки качества образования». – Режим доступа: <https://fioco.ru/pisa-2015>.
5. Исследование PISA-2018 // Официальный сайт ФГБУ «Федеральный институт оценки качества образования». – Режим доступа: <https://fioco.ru/pisa-2018>.
6. Исследование «PISA для школ». Руководство читателя к школьному отчету. Sydney: Janison Education Group Pty Ltd, 2020. (OECD)
7. Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2021 // Официальный сайт ФГБУ «Федеральный институт оценки качества образования». – Режим доступа: <https://fioco.ru/Contents/Item/Display/2201978>.
8. Математическая грамотность: сб. эталонных заданий. Вып. 1. Ч. 1: учеб. пособие для общеобразоват. организаций / под ред. Г.С. Ковалевой, Л.О. Рословой. – Москва: Санкт-Петербург: Просвещение, 2021. – 80 с.
9. Математическая грамотность: сб. эталонных заданий. Вып. 1. Ч. 2: учеб. пособие для общеобразоват. организаций / под ред. Г.С. Ковалевой, Л.О. Рословой. – Москва: Санкт-Петербург: Просвещение, 2021. – 140 с.

10. Международная программа по оценке образовательных достижений учащихся (PISA) // Официальный сайт ФГБУ «Федеральный институт оценки качества образования». – Режим доступа: <https://fioco.ru/pisa>.
11. Мониторинг формирования функциональной грамотности. Демонстрационные материалы // Официальный сайт ФГБНУ «Институт стратегии развития образования РАО». – Режим доступа: <http://skiv.instrao.ru/support/demonstratsionnye-materialya/>.
12. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла: сб. материалов / под научн. ред. А.А. Леонтьева. М.: «Баласс», изд. Дом РАО, 2003. – 368 с.
13. Примеры открытых заданий PISA по читательской, математической, естественно-научной, финансовой грамотности и заданий по совместному решению задач // ред. ГБУ ДПО «Санкт-Петербургский центр оценки качества образования и информационных технологий». – Режим доступа: <http://center-ime.ru/wp-content/uploads/2020/02/10120.pdf>.
14. Сергеева Т.Ф. Математика на каждый день. 6-8 классы: учеб. пособие для общеобразоват. организаций. М.: Просвещение, 2020. 112 с.
15. OECD (2017), PISA 2015 Assessment and Analytical Framework: Science, Reading, Mathematics, Financial Literacy and Collaborative Problem Solving, revised edition, PISA, OECD Publishing, Paris. P. 65 – 80.
16. PISA 2022 Mathematics Framework. – USR: <https://pisa2022-maths.oecd.org/#Examples>.